

Adrian C. Albu

O ISTORIE A MATEMATICII

Antichitatea până în secolul VI (XIII)



Editura Nomina

Cop. I. EGIPTUL • MESOPOTAMIA

(c. sec. XXV-c. sec. IV î.Hr.)

Cop. II. GRECIA • Lumea GRECO-ROMÂNĂ

(sec. VIII-sec. X d.Hr.)

O ISTORIE A MATEMATICII

Antichitatea

Până în sec. VI (XIII)

Editura Nomina

Cap. I. EGIPTUL • MESOPOTAMIA
(c. sec. XXV-c. sec. IV î.Hr.)

EGIPTUL

- §1. Fundalul istoric / 3
- §2. Matematica egipteană – sinteză / 7
 - 2.1. Generalități despre sistemele de numerație / 7
 - 2.2. Originile disciplinelor matematice / 9
 - 2.3. Izvoare directe / 11
 - 2.4. Scrierea numerelor; fracții egiptene (alicote); calcule aritmetice / 11
 - 2.5. „Triunghiul egiptean”; calendarul / 13
 - 2.6. Aritmetica, algebra, geometria / 14
- §3. Papirusul Rhind (Ahmes) / 15
 - 3.1. Publicarea / 15
 - 3.2. Despre conținut / 16
 - 3.3. Probleme de gradul I / 17
 - 3.4. Descompunerea unei fracții în fracții egiptene / 18
 - 3.5. Progresii / 20
 - 3.6. Probleme de geometrie / 21
 - 3.7. *Seqet* / 23
 - 3.8. Sfârșitul papirusului / 23
- §4. Papirusul de la Moscova / 24
 - 4.1. Prezentare / 24
 - 4.2. Volumul unui frustum (problema nr. 14) / 24
 - 4.3. Aria unui coș (problema nr. 10) / 26
 - 4.4. Sisteme de ecuații de gradul doi / 26
 - 4.5. Încheiere / 27

Tabel cronologic I: Egiptul / 29

MESOPOTAMIA

- §5. Fundalul istoric / 31
- §6. Matematica în Mesopotamia – sinteză / 34
 - 6.1. Tabelele de lut / 34
 - 6.2. Sistemul de numerație babilonian; bazele de numerație / 34
 - 6.3. Algebra; ecuații de gradul doi / 37
 - 6.4. Geometria / 39
 - 6.5. Astronomia; calendarul babilonian / 40
- §7. Tableta „Plimpton 322” / 42
 - 7.1. Publicare; prezentare / 42
 - 7.2. Transcriere; o primă interpretare: triplete pithagoreice / 43
 - 7.3. A doua interpretare: tableta trigonometrică / 46
 - 7.4. A treia interpretare: perechi inverse / 47
 - 7.5. Tăblițele de lut de la Senkereh / 47
- §8. Încheiere / 48
 - 8.1. Concluzii / 48
 - 8.2. Evoluția matematicii preelene / 48

Tabel cronologic II: Mesopotamia / 49

Note la Capitolul I / 51

Bibliografie la Capitolul I / 56

Cap. II. GRECIA • Lumea GRECO-ROMANĂ
(sec. VII î.Hr.-sec. X d.Hr.)

MATEMATICA GREACĂ VECHĂ (CLASICĂ)

- §1. Fundalul istoric / 61
- §2. Epoca lui Thales și Pithagora
(sec. VII-sec. V. î.Hr.) / 63
 - 2.1. Matematica deductivă / 63
 - 1. Introducere / 63
 - 2. Matematică deductivă / 65
 - 3. Surse / 68
 - 2.2. Thales din Milet / 71
 - 1. Date biografice / 71
 - 2. Realizări matematice; școala ionică / 73
 - 3. Contribuții în astronomie / 76
 - 4. Încheiere / 76
 - 2.3. Pithagora din Samos / 77
 - 1. Date biografice / 77
 - 1. Surse / 77
 - 2. Epoca preitalică / 78
 - 3. Epoca italică: Crotona, Școala pithagoreică / 81
 - 4. Pithagora și romanii / 83
 - 5. Contemporan cu Confucius și Buddha / 84
 - 6. Familia / 84
 - 2. Aritmetica la pithagoricieni / 84
 - 1. Învățătura pithagoreică / 84
 - 2. Organizarea Școlii / 86
 - 3. Sistemul numeric; notații ale numerelor / 88
 - 4. *Arithmetike* și *logistike* / 92
 - 5. Numere pare, impare, prime și compuse / 94
 - 6. Numere perfecte / 94
 - 7. Numere prietene / 96
 - 8. Triplete pithagoreice / 97
 - 9. Numere figurative / 97
 - 10. *Asimmetron*, *alolon* / 104
 - 11. Medii / 107
 - 3. Geometria la pithagoricieni / 109
 - 1. „Teorema lui Pithagora”; triplete pithagoreice / 109
 - 2. Secțiunea de aur / 111
 - 3. „Figuri cosmice” (poliedre regulate) / 112
 - 4. *Hieros Logos* / 113
 - 2. Succesori imediați / 113
 - 1. Lista / 113
 - 2. Hippasos / 114
 - 3. Bryson și Antiphon / 114
 - 4. Philolaos din Crotona / 116
 - 5. Astronomi din sec. V î.Hr. Oenopides din Chios / 118
 - 6. Încheiere / 119

§3. Epoca lui Platon și Aristotel (sec. IV î.Hr.) / 121

3.1. Secolul V î.Hr. – un secol de „tranziție” / 121

1. Prezentare / 121
2. Anaxagora din Clazomene. Zenon din Elea / 121
 1. Anaxagora din Clazomene / 121
 2. Zenon din Elea / 122
3. Democrit din Abdera / 123
 1. Date biografice; doctrina / 123
 2. Lucrări de matematică / 124
 3. Despre unghiul de contingență / 125
- 3.2. Problemele celebre ale antichității. Hippocrat din Chios, Archytas din Tarent / 127
 1. Prezentare / 127
 1. Cuadratura cercului / 127
 2. Dublarea cubului (problema delică) / 128
 3. Triseția unghiului / 129
 4. Încercări de rezolvare / 129
 2. Hippias din Ellis / 131
 1. Date biografice; cuadratricea / 131
 2. Problema *neusis*; conchoida lui Nicomede / 133
 3. Hippocrat din Chios / 134
 1. Date biografice; despre operă / 134
 2. Cuadratura unor lunule / 136
 3. Cuadratura cercului? / 137
 4. Reducerea problemei delice la determinarea mediilor dublu proporționale / 138
 4. Archytas din Tarent / 138
 1. Date biografice; despre operă / 138
 2. „Rezolvarea” problemei delice / 139
 3. Menechm (os) / 141
 4. Secolul V î.Hr. – „epoca eroică” / 142

3.3. Platon. Eudox din Cnid / 143

1. Prezentare / 143
 1. Lista / 143
 2. Socrate – Platon – Aristotel / 143
2. Platon / 144
 1. Date biografice; preocupări matematice / 144
 2. Construcția a două medii proporționale / 145
 3. Platonismul / 145
 4. Operele filosofice / 146
 5. La curtea tiranilor Siracuzei; scholarhi / 146
3. Theodor din Cyrene, Theetet din Atena / 148
 1. Theodor din Cyrene / 148
 2. Theetet / 148
4. Eudox din Cnid / 149
 1. Date biografice / 149
 2. Principiul Eudox-Arhimede / 150
 3. Contribuții în astronomie / 150
 4. Succesori imediați / 151
 5. Modelul sferelor homocentrice, după Eudox / 152
5. Autolycos din Pitane / 152
 1. Date biografice; despre operă. „Mica Astronomie” / 152

2. Traduceri, editări / 154

3. Un „tratat despre sferă” pierdut? / 155

6. Succesori minori preeuclidieni ai lui Platon / 154

1. Prezentare / 154
2. Thymarides din Paros; regula *epanthema* / 155

3.4. Aristotel / 158

1. Date biografice / 158
2. Despre operă / 159
 1. „*Organon*” / 160
 2. Preocupări de matematică / 160
 3. Preocupări de astronomie și mecanică / 161
 4. Clasificarea operelor aristotelice (acromatice) / 162
3. Istoria manuscriselor lui Aristotel / 163
4. Succesori / 164
 1. Eudemos din Rhodos / 164
 2. Chrysippos din Soloi / 165
 3. Dicaearch din Messina / 165
5. Încheiere / 166

MATEMATICĂ ELENISTICĂ • (PRIMA) ȘCOALĂ DIN ALEXANDRIA

§4. „Secolul de aur” al matematicii elenistice. Euclid, Arhimede, Apollonius (sec. IV/III-sec. II î.Hr.) / 167

4.1. Școala din Alexandria – *Museion* / 167

- 4.2. Euclid din Alexandria / 168
 1. Date biografice / 168
 2. Despre „*Elemente*” / 170
 1. Prezentare / 170
 2. Conținut / 172
 3. Metoda deductiv-axiomatică / 176
 4. Irațional, incommensurabil / 178
 5. „*Elemente*”: referințe, critici, comentarii / 179
 6. Traduceri, editări / 179
3. Alte lucrări / 183
 1. Lucrări păstrate / 183
 2. Lucrări pierdute sau cu paternitate nesigură / 184

4.3. Arhimede din Siracusa / 186

1. Date biografice / 186
2. Lucrări de fizică / 190
 1. Statică / 190
 2. Hidrostatică / 192
 3. Optică / 192
3. Opera matematică / 194
 1. Lista lucrărilor / 194
 2. „*Cuadratura parabolilor*” / 195
 3. Metoda exhaustivă / 197
 4. „*Despre sferă și cilindru*” / 199
 5. „*Despre spirale*” / 202
 6. „*Despre conoizi și sferoizi*” / 204
 7. „*Măsura cercului*” / 204
 8. „*Cartea lemelor*” (sau „*Ipoteze*”) / 205
 9. „*Psammites*” / 206
 10. Alte lucrări de matematică / 208

11. Problema taurilor Soarelui / 209
12. Traduceri, editări / 211
4. Istoria manuscriselor lui Arhimede / 212
- 4.4. Apollonius din Perga / 214
 1. Date biografice / 214
 2. Diverse lucrări / 215
 1. O listă a lucrărilor / 215
 2. „Problema lui Apollonius” / 216
 3. Construcția a două medii proporționale / 217
3. „Conice”-le / 217
 1. Generalități / 217
 2. Conicele ca secțiuni plane într-un con; conținutul cărților tratatului / 219
 3. Conicele ca *plane loci* / 221
 4. Traduceri, editări / 222
 5. „Oktyokion” / 223
 6. Teoria conicelor în antichitate / 224
- 4.5. Doi contemporani ai lui Apollonius: Dionysodor și Diocles. Câțiva succesori / 225
 1. Dionysodor / 225
 2. Diocles / 226
 3. Zenodor / 227
 4. Nicomede / 228
 5. Hypsicle / 228

§5. Elemente de trigonometrie și astronomie în Școala din Alexandria / 229

- 5.1. Astronomia – generalități / 229
- 5.2. Aristarch din Samos / 230
- 5.3. Eratosthene / 230
 1. Date biografice / 230
 2. Măsurarea meridianului Pământului / 231
 3. Domnul β / 232
 4. „Ciurul”; *mesolab*-ul / 232
- 5.4. Menelaus din Alexandria / 233
 1. Menelaus / 233
 2. Theodosiu din Bithynia / 234
- 5.5. Hipparch din Niceea. La Rhodos: Posidoniu și Geminus / 235
 1. Hipparch / 235
 2. Posidoniu din Apamea / 236
 3. Geminus din Rhodos / 237
- 5.6. Ptolomeu Claudius / 237
 1. Date biografice; despre „*Almageste*” / 237
 2. „*Almageste*”: conținutul cărților / 238
 3. Modelul epiciclu – deferent / 241
 4. Alte scrieri / 242

Tabel cronologic III: Perioada elenă și elenistă (sec. VII – sec. I î.Hr.) / 243

A DOUA ȘCOALĂ DIN ALEXANDRIA

§6. Matematica postelenistică (greco-romană, romană, byzantină) (sec. I î.Hr. – sec. VI d.Hr.) / 246

- 6.1. Fundalul istoric / 246
- 6.2. Prezentare generală / 247
 1. Romanii și matematica / 247
 2. Calendarul iulian / 249

3. Cifrele romane / 249
4. Lista principalilor matematicieni / 250
- 6.3. Heron din Alexandria. *Polytechnicum* / 251
 1. Despre date / 251
 2. Lista lucrărilor / 253
 3. Conținutul unor lucrări / 254
 4. „*Metrica*” / 255
 5. Lucrări de mecanică-inginerie / 260
 6. *Polytechnicum* / 261
- 6.4. Aritmetica: Nicomach. Alți aritmeticieni: Theon din Smyrna, Iamblichos / 262
 1. Nicomach din Gerasa / 262
 2. „*Arithmetike eisagoge*” / 263
 3. Theon din Smyrna / 266
 4. Iamblichos din Chalcis / 268
- 6.5. Teoria numerelor și algebra: Diophant / 270
 1. Date / 270
 2. Opera / 271
 3. „*Arithmetica*” / 272
 4. Primele ediții „Diophant” / 278
- 6.6. Geometria: Pappus; Serenus / 281
 1. Pappus; considerații generale asupra operei / 281
 2. „*Synagoge*”; rezultate remarcabile / 284
 3. Serenus; Sporus / 292
- 6.7. Comentarii: Theon și Hypathia, Eutocius / 294
 1. Theon din Alexandria / 294
 2. Hypathia / 294
 3. Eutocius din Ascalon / 296
- 6.8. Despre „Biblioteca din Alexandria” / 297
- 6.9. Proclus Diadochus / 300
 1. Academia neoplatonică din Atena (sec. V) / 300
 2. Proclus / 300
 3. Opera „*Comentarii la «Elemente» I*” / 302
 4. Domninos / 303
 5. „Catalogul geometrilor” / 304
- 6.10. Ultimul „academician”: Simplicius / 306

MATEMATICA ROMÂNĂ TÂRZIE • MATEMATICA ÎN BIZANȚ

- 6.11. Fundalul istoric / 308
- 6.12. Matematica romană târzie: Boethius, Cassiodorus / 309
 1. Generalități / 309
 2. Boethius / 310
 3. Cassiodorus / 311
- 6.13. Matematica în Bizanț: Anthemios din Tralles, M. Psellos. Alți autori minori / 312
 1. Generalități / 312
 2. Anthemios din Tralles / 313
 3. M. Psellos / 313
 4. Alți autori minori / 314

Tabel cronologic IV: Perioada postelenistă (greco-romană, romană, byzantină) (sec. I – sec. XIII) / 317
 Tabel V, cuprinzând principalele Școli matematice (filosofice) din Grecia antică (sec. VII î.Hr. – sec. IV/V d.Hr.) și câțiva din principalii lor membri / 319

Tabel VI, cuprinzând tratate, lucrări, comentarii, texte de matematică (fizică, astronomie) grecești (sec. IV î.Hr. – sec. IV/V d.Hr.) care s-au păstrat (integral, parțial, fragmente) / 321

Note la Capitolul II / 325

Bibliografie la Capitolul II / 343

Cap. III. China • India • Lumea Nouă
(Perioada precolumbiană)

CHINA (c. sec. XV î.Hr. – sec. XIII/XIV d.Hr.)

§1. Fundalul istoric / 356

§2. Prezentarea generală. Începuturile / 356

2.1. Introducere / 356

1. Cronologie / 356
2. Bibliografia principală pentru Istoria matematicii chineze / 357
3. Specificul matematicii chineze vechi / 359

2.2. Începuturile: „I-Ching”, „Zhou-bi” / 360

1. Introducere / 360
2. Sistemul de numerație; operații aritmetice / 360
3. „I-Ching” / 362
4. Matematica în Școala moistă / 364
5. „Zhou-bi” / 365

2.3. „Nouă cărți despre arta matematică” / 367

1. Prezentare generală / 367
2. Conținut / 368
3. Autori minori (sec. I î.Hr. – sec. III/IV d.Hr.) / 375

2.4. Liu Hwei: „Comentarii la «Nouă cărți»”; Zu Chong-zhi: volumul sferei / 376

1. Liu Hwei; „Comentarii la «Nouă cărți»” / 376
 1. Liu Hwei; opera „Comentarii” / 376
 2. Problema „insulei marine” / 378
2. Volumul sferei: Zu Chong-zhi / 379
3. Valoarea lui π / 381
4. Autori minori (secolele V – X) / 382
 1. Prezentare / 382
 2. Influența matematicii chineze în Japonia / 384

§3. Secolele XII-XIII: apogeul matematicii chineze medievale / 385

3.1. Generalități; precursori / 385

3.2. Matematicieni activi în sudul Chinei: Chin Jiu-shao și Yan Hwei / 387

1. Chin Jiu-shao / 387
2. Yan Hwei / 388

3.3. Matematicieni activi în nordul Chinei: Li Zhi (Ye) și Chihu Shi-jie / 390

1. Li Zhi (Ye) / 390
2. Chihu Shi-jie / 390
3. Kou Shou-chin / 391
4. Abacul / 392
5. Încheiere / 393

Tabel cronologic VII; China (până în sec. XIII) / 393

INDIA (c. sec. XX î.Hr. – sec. XV d.Hr.)

§4. Fundalul istoric / 392

§5. Începuturile (până în sec. IV/V d.Hr.) / 397

5.1. Generalități / 397

5.2. „Śulvasūtra” / 399

5.3. Astronomia indiană / 401

1. Periodizare / 401
2. „Sūryasiddhānta” / 402
3. Numere foarte mari / 403

5.4. Sistemul de numerație hindus; cifrele „arabe” / 404

1. Un eveniment colosal... / 404
2. Originea hindusă a sistemului nostru de numerație / 406
3. Despre istoria numerelor foarte mari (gigantice) / 409
4. „Verificarea prin 9” / 411

§6. Perioada clasică (sec. V – XII d.Hr.) / 411

6.1. Secolele V-VI: Āryabhata, Brahmagupta / 412

1. Āryabhata I / 412

1. Omul și opera / 412
2. „Āryabhaṭīya” / 412
3. Autori minori / 415

2. Brahmagupta / 415

1. Omul și opera / 415
2. „Brahma sphuta – siddhanta”: capitolele de matematică (13 și 18) / 416

6.2. A doua jumătate a perioadei clasice (sec. VIII-XII) / 419

1. Secolele IX-XI: Mahavira, Sridhara / 419

2. Bhāskara / 421

1. Omul și opera / 421
2. Trigonometrie hindusă / 423
3. Trei matematicieni ulteriori / 423

Tabel cronologic VIII; India (până în sec. XV/XVI) / 426

LUMEA NOUĂ

(Perioada precolumbiană [până la 1520])

§7. Fundalul istoric / 427

7.1. Lumea Nouă / 427

7.2. Aztecii / 428

7.3. Maya / 428

7.4. Inca / 430

§8. Realizări matematice / 433

8.1. Aspecte generale / 433

8.2. Matematica maya / 433

8.3. Matematica inca / 440

Note la Capitolul III / 442

Bibliografie la Capitolul III / 446

Bibliografie generală / 448

Abstract / 450

Postfață / 452

Index general / 459

Capitolul I

EGIPTUL • MESOPOTAMIA

(c. sec. XXVI – c. sec. IV î.Hr.)

EGIPTUL

§1. Fundalul istoric

1. La începutul perioadei pe care o considerăm, în societatea omenească se face trecerea de la epoca bronzului (mileniile 2-1 î.Hr.) la epoca fierului (sfârșitul mileniului 2 î.Hr. – începutul mileniului 1 d.Hr.). Are loc procesul de constituire și apoi de dezvoltare a societății sclavagiste.

2. Istoria Egiptului antic este împărțită în patru mari perioade (alteleori în trei) numite *regate* (uneori *imperii*), cu unele perioade intermediare, iar domnitorii sunt numiți regi sau faraoni (termenul egiptean era *per-aâ*, care însemna „casă mare”, „stăpânitor de pământ”), cunoscuți de-a lungul a 31 de *dinastii*. Vechea denumire a Egiptului în limba coptă era *Kmt* (*K(/H)emet*), care înseamnă „(pământ) negru”, de la culoarea închisă a solului fertil, în contrast cu *dšrt* (*dešret*) = „(pământ) roșu”, culoarea deșertului roșiatic, sterp. Locuitorii țării *Kemet* erau numiți *k(/h)emiti*. În vechea egipteană, țara mai era numită *Het-kc-Ptah* (care provine de la numele vechiului oraș *Mnnfr*, adică *Menefer*, „Memphis” în limba greacă), pronunțat de babilonieni *H(/E)-ku-Pt(ah)*, de unde provin denumirile *E-kupt*, (*A*)*Egyptos* (în limba greacă), *Egip(e)t*; evreii o numeau *Misraim*, iar egiptenii de azi vorbesc limba arabă și-și numesc țara *Misr*.

Marile perioade ale regatelor egiptene sunt redată mai jos. Îndelungata istorie a Egiptului antic a fost consemnată în cartea preotului egiptean Manethon, *Aegyptica* (3 cărți), scrisă în limba greacă pe la cca 320 î.Hr., deci la începutul domniei primului rege Lagid, de origine macedoneană, Ptolomeu I (satrap al Egiptului între 323-305 î.Hr. și rege între 305-283/ 2 î.Hr.), și probabil la cererea acestuia (după alte surse, cartea lui Manethon ar fi fost compusă 4 decenii mai târziu, la cca 280 î.Hr., la începutul domniei regelui Ptolomeu II Philadelphos, fiul lui Ptolomeu I; prin sec. III î.Hr. a scris o *Aigyptiaca* și istoricul grec Hecateu din Abdera). Cartea s-a păstrat doar în câteva fragmente, din ea cunoaștem doar o împărțire a faraonilor în 31 de dinastii și succesiunea lor (a 32-a este dinastia Ptolemeilor Lagizi, care ia sfârșit în anul 30 î.Hr. prin ocuparea Egiptului de către romani). Din păcate, cronologia și succesiunea faraonilor din cartea lui Manethon au fost deformate de istoriografia iudee și creștină, astfel că aceea stabilită ulterior de istorici a trebuit coroborată cu alte texte de același gen (ca de exemplu Piatra de la Palermo, Papirusul de la Torino ș.a.). Rezultatul este că astăzi cunoaștem doar datări aproximative, unele destul de diferite de la un autor la altul. De asemenea, există o destul de mare diversitate în ortografia numelor proprii, care în acest caz se explică prin scrierea lor la origine cu vechiul alfabet egiptean fără vocale, transmiterea lor deseori substanțial modificată de către greci și diverse alte modificări ulterioare ținând de grafia și onomastica din diferite limbi (aceasta din urmă o practică cel puțin nefericită). Variații supărătoare ale datelor și numerelor proprii, de la un autor la

Regatul (în afara cazurilor când acestea au fost stabilite cu aproximație), însoțesc de altfel, din diverse motive, scrierile cu caracter istoric de pretutindeni, până prin secolele XV-XVI.

3. *Regatul Vechi* este localizat aproximativ între secolele XXVIII și XXIII î.Hr., cuprinzând dinastiile 3-8 (sau 9), având capitala la Memphis (aproape de actualul Cairo) și incluzând și prima Perioadă intermediară între Regatul Vechi și cel de Mijloc (dinastiile 7-9 (sau 10)). Epoca anterioară Regatului Vechi, numită *Regatul Timpuriu* (c. sec. XXXIV-sec. XXVIII î.Hr.), este formată cu *vechile dinastii*, primele două, cu capitala la Thinis, perioadă care începe cu faraonul Menes (Narmer), primul unificator al Egiptului de Jos (cursul inferior al Nilului) cu Egiptul de Sus (cursul superior al Nilului). În timpul faraonului Djoser (Zoser) din dinastia a 3-a, arhitectul regal Imhotep a construit piramida în trepte de la Saqqara(h) (Egiptul de Jos), cea mai veche construcție de piatră șlefuită de mari dimensiuni cunoscută în lume. În perioada dinastiei a 4-a (c. sec. XXVII-c. sec. XXV î.Hr.), a faraonilor Snefru, Khufu (Kheops), Khafre (Kephren), Menkaure (Mykerinos) ș.a., s-au construit marile piramide și Sfînxul de la El-Gizeh (sau Giza), la sud-vest de Cairo. Cea mai înaltă piramidă, piramida lui Khufu sau Marea Piramidă, construită pe la 2640 î.Hr. (ultimele determinări, 2480 ± 5 î.Hr., Kate Space, Universitatea din Cambridge, 2000), are cca 148 m înălțime, iar baza este un pătrat cu latura de cca 232 m, deci cât lungimea a două terenuri de fotbal; volumul ei este peste două milioane și jumătate de metri cubi de piatră.

Doar faraonii au meritul ridicării acestor construcții ciclopice, unice în istoria omenirii? S-a discutat interminabil pe această temă. Istoricul Diodor din Sicilia (fl. c. 40 î.Hr.) este de părere că:

„S-ar cădea să-i admirăm mai mult pe arhitecții care au plănuțit monumentele [și am adăuga noi – pe cei care le-au construit] decât pe regii care le-au pus la îndemână mijloacele trebuincioase. Cei dintâi, prin sufletul pus și prin râvna lor de a ajunge prețuiți, au izbutit a le înfăptui, pe câtă vreme regii, pentru a-și atinge scopul, s-au slujit doar de bogățiile moștenite și au săvârșit tot felul de silnicii.”*)

Herodot (fl. c. 445 î.Hr.), istoricul grec, care a vizitat Egiptul pe la mijlocul secolului al V-lea î.Hr., a relatat în *Istorie*-le sale despre Marea Piramidă, care la acea dată avea o vechime de peste două milenii. Piramida lui Khufu a fost penetrată sistematic de către arabi, prima dată în anul 820 d.Hr. din ordinul califului al-Mamūn, iar degradarea piramidelor de către arabi a continuat până prin secolele XIV-XV.

Regatul de Mijloc (sau *Mijlociu*) (c. sec. XXII-sec. XVI î.Hr.) este constituit de dinastiile 9 (sau 10) – 17. Cel mai de seamă faraon al epocii este Senusret III (în greacă, Sesostris), din dinastia a 12-a. Spre sfârșitul perioadei, Egiptul este cucerit de hiksoși, populație migratoare eterogenă (de origine semită, indo-europeană), din care se formează ultimele trei dinastii. Perioada următoare, a *Regatului Nou* (c. sec. XVI-sec. XI î.Hr., dinastiile 18-20), este o perioadă de înflorire a metalurgiei bronzului și de maximă expansiune teritorială a statului egiptean, care atinge acum apogeul puterii sale, mai ales în timpul dinastiei rameside (dinastia a 19-a, c. 1314-c. 1200 î.Hr.).

În sfârșit, după o nouă perioadă intermediară (a treia) de cca 3 secole, în care au dominat dinastii străine (dinastiile 21-25, libiene și nubiană), a urmat perioada *Regatului Târziu* (c. sec. VIII-sec. IV î.Hr.), o perioadă de declin (dinastiile 26-31). În acest timp, în 525 î.Hr., Egiptul este transformat într-o satrapie a Imperiului Persan, după care se succed câteva dinastii persane până în anul 332 î.Hr., când Egiptul este cucerit fără lupte de Alexandru cel Mare, regele Macedoniei.

4. Civilizația egipteană, una din cele mai vechi din istorie¹⁾, s-a constituit de-a lungul fluviului Nil (etimologie necunoscută, termen grecesc; la egipteni, fluviul se numea *Hapi*), pe o lungime de peste o mie de kilometri. Fertilitatea regiunii era asigurată de o climă mult mai umedă decât cea de azi,

*) Diodor, *Bibl. Ist.*, I, lxiv, 12.

de revărsările anuale ale Nilului și de sistemul de canale de irigații construite, care asigura apa necesară culturilor. În sensul acesta Herodot scria că „Egiptul este un dar al Nilului”. Agricultura era ocupația productivă de bază, astfel că în jurul revărsării Nilului se organiza întreaga activitate. Anul era împărțit în trei sezoane (fiecare de câte 4 luni), anunțate de preoții templelor, o castă privilegiată și foarte influentă. Cele trei sezoane, plasate la date diferite de diverși autori, erau numite de egipteni *akhet* (*akht*), *peret* (*pri*) și *șemu* (*šm*). *Akhet* era sezonul „apelor”, al revărsării Nilului, al semănăturilor, toamna egipteană. După calendarul nostru, el poate fi plasat între (19 sau) 21 iunie și (18 sau) 20 octombrie. După R. Taton, începutul revărsării Nilului coincidea cu răsăritul heliacal al stelei Sirius sau Steaua Câinelui (la egipteni, Serpeth sau Sepedeth, la greci, Sothis), considerată „ziua anului nou”, începutul anului civil în calendarul egiptean^{*)}. A. Weigall fixează apariția lui Sirius în anul 3400 î.Hr., la 17 iunie, și o pune la începutul sezonului *șemu*^{**)}. Însă ulterior, datorită neconcordanței calendarului egiptean cu cel solar, răsăritul heliacal al lui Sirius n-a mai avut nici o legătură cu prima zi a anului (și deci cu începutul sezonului *șemu* după Weigall). *Peret* era anotimpul încolțirii, sezonul „grădinilor” (21 octombrie-20 februarie), iarna egipteană, iar al treilea sezon, *șemu*, sezonul „fructelor”, era anotimpul secetos, când erau necesare irigații permanente și când se strângea recolta, vara egipteană (21 februarie-20 iunie). Egiptenii cultivau masiv grâu și orz în mai multe varietăți, din care făceau pâine și bere, componente principale ale dietei lor zilnice; apoi vița de vie, culturile de zarzavaturi, iar pentru țesături – inul.

5. Principalii zei egipteni erau Osiris, zeul morților și al învierii, zeul suprem, apoi sora-soție a acestuia, Isis, zeița fecundității și fertilității, fiul lor, zeul-șoim Horus și fratele rău al acestuia, Seth, eroii unor mituri și legende din spațiul Egiptului antic. Toth era zeul Lunii, dar și al adevărului, al științei, al înțelepciunii, patronul scribilor, vrăjitorilor și medicilor, era înfățișat ca om cu cap de pasăre ibis; grecii l-au numit Hermes Trismegistos (*tris megas, tris megistos* = „de trei ori foarte mare”), denumire care apare prima dată la Tertullian (fl. c. 200 d.Hr.). La zeii menționați se adăugau unii zei locali printre care cei mai importanți erau Re (sau Ra) la Heliopolis, Ptah la Memphis și Amon și Amon-Ra la Theba (din vechiul oraș Theba, azi au mai rămas localitățile Luxor și Karnak, foste cartiere ale capitalei Regatului Mijlociu și Nou). Concepția religioasă a egiptenilor era profund marcată de credința în viața de după moarte, viața eternă, de unde practica îmbălsămării morților. Cultului morților îi este dedicată *Cartea morților* (dinastia a 12-a), cu titlul original *Formule (reguli) pentru a ieși la lumină*, o compilație dezordonată în care se dau defunctului toate sfaturile necesare pentru a trece cu bine „calea spre apus”.

6. Necesitatea deselor măsurători ale terenurilor în urma inundațiilor fluviului, ca și marile construcții de piramide, temple și palate, arată gradul relativ ridicat de dezvoltare atins de inginerii egipteni, arpentori (topometri) și constructori, de la care, cu trecerea timpului, s-au degajat cunoștințele de geometrie și „geometrii” egipteni²⁾. Sunt impresionante și astăzi marile piramide, templul reginei uzurpatoare Hatșepsut (Regatul Nou, dinastia a 18-a, cca 1490 î.Hr.) de la Deir el-Bahri (aproape de Theba, descoperit în 1904), cele două temple ale lui Ramses al II-lea (cel Mare) (dinastia a 19-a) de la Abu-Simbel, săpate în stâncă, și faimoasele temple de la Karnak și Luxor. Ce impresie copleșitoare trebuie să fi degajat, de exemplu, sala hypostilă din templul lui Amon-Ra de la Karnak, sau cei patru coloși din templul de la Abu-Simbel, în epoca în care au fost construite.

Un element de arhitectură egipteană original a fost obeliscul (*benben*). Imense coloane de marmură roz din carierele de la Assuan (vechiul Syene), din regiunea Nilului de Sus, cântărind fiecare câteva sute de tone, șlefuite în formă piramidală alungită și având vârful poleit cu aur, obeliscurile erau plasate de obicei în fața

^{*)} Cf. TATON [70], pp. 48 – 50.

^{**)} V. Weigall [96], p. 11.

templelor. La răsăritul soarelui, vârful obeliscului luminat de soare iradia o lumină strălucitoare. Există astăzi câteva ipoteze despre modul cum aceste mari obeliscuri au putut fi montate pe soclurile lor, pe care sunt fixate doar prin greutate proprie. Cel mai mare obelisc cunoscut, ridicat pe la cca 1500 î.Hr. în fața Templului Soarelui de la Theba, are 105 m înălțime, baza un pătrat cu latura de peste 3 m și cântărește aproximativ 430 de tone. Diversi cuceritori de mai târziu ai Egiptului au fost deosebit de impresionați de aceste construcții, drept pentru care le-au dislocat și transportat în țările lor. Așa se explică prezența astăzi a obeliscurilor egiptene la Ninive (pe Tigru), la Roma (unde există 12, cele mai multe), Constantinopol, Paris, Londra^{*)}.

7. Apar primele forme de scriere prin sec. XXXV î.Hr., poate chiar mai înainte; în spațiul mesopotamian (Summer) – scrierea *cuneiformă* (de la *cuneus* = „vârf”, „cui”, în limba latină), iar în Egipt – scrierea *hieroglifică* (scrierea sacră, sfântă, denumire ulterioară ce provine din limba greacă, *grammata iérogluphika* = „caractere sculptate sacre”); prima scriere păstrată pe tăblițele de lut ars, descoperite ulterior în număr mare, a doua – pe piei, ostraca, papirusuri³⁾ și monumente (temple, monumente funerare, obeliscuri etc.), din care au ajuns până la noi un număr mai mic. Descifrarea scrierii hieroglifice a fost făcută abia în sec. XIX (în 1824) de către orientalistul francez Jean-François Champollion (-Figéac) (1790-1832). Pentru aceasta el s-a servit de înscrisul de pe (acum) celebra Piatră de la Rosetta⁴⁾, descoperită la nord-est de Alexandria, pe brațul Rosetta al Nilului, aproape de vărsare în Marea Mediterană. Ceva mai târziu, în 1846, orientalistul englez H.C. Rawlinson (1810-1895) a reușit să descifreze textul în vechea persană a unei inscripții cuneiforme trilingve a regelui Darius I (în persană, Darheîš, Darayawauš, fiul lui Hostasp, Viștaspe) de la Behistun (Bisitum), lângă Kermanšah (Persia)⁵⁾. Aceasta a permis totodată descifrarea scrierilor akkadiană și elamită, celelalte două limbi în care era scrisă inscripția. Realizarea lui Rawlinson a fost precedată de câteva încercări reușite de identificare a unor semne cuneiforme (G.F. Grotefeld) și desăvârșită apoi de mai mulți asirologi.

Către mijlocul mileniului 2 î.Hr. fenicienii, de neam semit, au înlocuit semnele pictografice care reprezentau lucruri, cu semne care redau sunete – literele, inventând astfel alfabetul, deocamdată fără vocale. Astfel, numărul necesar de semne pentru scriere s-a redus considerabil (26 de semne pentru consoane). Sistemul alfabetic fenician a evoluat apoi, fiind diseminat de negustorii fenicieni pe o arie extinsă în bazinul Mării Mediterane și în Asia Mică. Scrierile arameică și ebraică au la bază tot alfabetul fenician. Cuvântul „alfabet” provine de la denumirile primelor două litere ale lui, *aleph* (= „bou”) și *beth* (= „casă”); celelalte litere au și ele proveniența lor: *gamma* (*gimel* = „cocoșă de cămilă”), *deltha* (*deleth* = „ușe”, „poartă”) etc. Tot atunci au existat și încercări de simplificare a sistemului hieroglific egiptean. Scrierea veche hieroglifică, folosită chiar înainte de sec. XXX î.Hr., a evoluat către scrierea *hieratică* (religioasă), o scriere abreviată mai bine adaptată scrierii manuale cu stiletul, și scrierea *demotică* (populară), formă dezvoltată din precedenta începând cu secolele VIII-VII î.Hr. După sec. X î.Hr. alfabetul fenician a fost preluat de greci, care i-au adăugat vocalele, iar mai târziu alfabetul grecesc a fost adoptat de romani (cu scrierea diferită a literelor). Alfabetele grecesc și roman stau la baza scrierii moderne, mai ales în țările de religie creștină.

8. În vechiul Egipt, scrisul și cititul erau cunoscute de o mică elită de preoți și funcționari superiori. Dar ca profesie, scrierea documentelor, copierea lor și păstrarea acestora era apanajul unei clase restrânse a societății, care se bucura de anumite privilegii și de un deosebit respect – aceea a scribilor. Pregătirea lor era diversă, întreaga birocrăție administrativ-juridică, civilă și militară, a templelor și de la curtea regală, bazându-se pe scribi. Printre scribi găsim persoane importante din jurul faraonilor (scribi regali), chiar dintre fii acestora, istorici regali, apoi sculptori, arhitecți, compozitori de imnuri, ș.a. Pregătirea scribilor se făcea în școli, dar nu cunoaștem aproape nimic

^{*)} Cf. Drimba [85], p. 149; EVES [83], p. 31.

despre organizarea și funcționarea lor, despre corpul profesoral. Se presupune că unii scribi primeau și o pregătire specială de „matematică” (sau juridică, contabilă etc.), adică cunoștințe de calcul aritmetic, de utilizarea tabelelor numerice, calculul ariilor și volumelor unor figuri geometrice simple. Unele papirusuri păstrate par a fi texte-exerciții utilizate în școlile de scribi. După unii autori moderni, Papirusul Rhind ar fi un text de acest gen pentru clasele de scribi-matematicieni; alți autori acordă însă papirusului o importanță incomparabil mai mare (v. §3). Sunt cunoscute numele câtorva zeci (poate sute) de scribi, din care amintim câteva: Ahmes (A'h-mose = (s-a) „născut – lună”) – scribul Papirusului Rhind (sec. XVIII î.Hr.), Amenemhat – scrib la șantierele navale din Memphis pe timpul lui Ramses al II-lea (sec. XIII î.Hr.), Pabasa – scrib de la care ne-a rămas o descriere a capitalei Per-Ramses a lui Ramses al II-lea (localizată neprecis, undeva în estul Deltei), Tija – scrib regal, șeful tezaurului de la Ramaseum (palatul lui Ramses al II-lea de lângă Theba), Merenptah – scrib regal, căpetenie a oștirii, fiul lui Ramses al II-lea căruia îi urmează la domnie (între c. 1299-c. 1289 î.Hr.), Amenherkepeșef – scrib regal, fiul lui Ramses al III-lea, general al armatei, purtător de evantai în dreapta regelui.

Avem imaginea scribului prin intermediul unor statuete bine păstrate; cea de la Muzeul din Cairo, de exemplu, datează din timpul Regatului Vechi (dinastia a 5-a) și reprezintă un scrib șezând, bustul gol, papirusul întins pe genunchi, privirea liniștită înainte, cu stiletul în mână dreaptă (probabil) pregătit pentru scris.

§2. Matematica egipteană – sinteză

2.1. Generalități despre sistemele de numerație

Primele manifestări numerice ale vechilor civilizații au fost numărul și apoi încercările de scriere a numerelor în cadrul unui sistem de numerație. În scrierea (notarea) numerelor se realizează probabil prima încercare de scriere a omului primitiv.

Modul de constituire a ideii de număr (natural) abstract, desprinderea conceptului „trei” de trei bețe, trei săgeți, trei bizoni etc., formarea procesului de numărare a unor obiecte (însoțit de acela de comparare a unor mulțimi) și de numărare *tout court*, stabilirea unor simboluri pentru numere, reguli de notare a lor (constituirea unor sisteme de numerație) și primele operații aritmetice (adunarea și înmulțirea), constituie toate un îndelungat proces de zeci de secole. Aici ne vom referi în mod deosebit la faza finală a acestui proces. Iar pentru a înțelege diversele sisteme de numerație introduse de primele civilizații și a le putea compara între ele, este necesară o prealabilă trecere în revistă a lor, în terminologia de azi.

Într-o fază de sistematizare a procesului de numărare, el constă, în general, în gruparea a câte b unități, apoi formarea de grupe de câte b unități ș.a.m.d. Numărul ales b era numit *rădăcină* sau *scală* (*scară*), mai târziu *bază*. Pentru a putea executa procesul de numărare verbală erau alese denumiri pentru 1, 2, ..., b , iar pentru numere mai mari ca b denumirile erau formate deseori prin combinarea celor anterioare. Așa se întâmplă și în sistemul nostru de numerație actual de origine hindu-arabă: 11 este „unu și zece”, 12 este „doi și zece”, 21 este „două zece și unu” etc. Urmele celtice ale bazei 20 se reflectă în denumirile în limba franceză *quatre-vingt* în loc de *huitante* (pentru 80) sau *quatre-vingt-dix* în loc de *nonante* (pentru 90).

La diverse popoare, rădăcina (baza) b aleasă era 2, 4, 5, 10, 12, 20, 60, pentru diferite motive.

În ce privește primele sisteme de numerație scrisă, diferitele sisteme pe care le vom întâlni la vechile civilizații sunt variante ale următoarelor tipuri generale^{*)}:

(1) Probabil printre cele mai vechi sisteme de numerație este acela numit *sistem de grupare simplă*. În acest caz se alege un număr b ca bază și se adoptă simboluri (și denumiri) pentru $1, b, b^2, b^3, \dots$; apoi, un număr este notat folosind aceste simboluri într-o manieră aditivă, fiecare simbol fiind repetat de un număr de ori necesar. Este cazul vechiului sistem hieroglific egiptean (hieratic și demotic), a sistemelor babilonian (diverse variante), grec herodian și a sistemului de numerație roman vechi.

(2) O a doua clasă este aceea numită *sistem (de numerație) de grupare multiplicativă*. Într-un astfel de sistem, odată baza b aleasă, se adoptă simboluri pentru $1, 2, \dots, b-1$ și un al doilea set de simboluri pentru $b, b^2, b^3, \dots$. Simbolurile din acest al doilea grup sunt utilizate multiplicativ pentru a marca câte unități din grup sunt necesare, în loc de a repeta simbolul respectiv: în loc de a scrie $\cap \cap \cap$, se scrie $3\cap$; se vede că avem de a face cu o îmbunătățire a sistemului de numerație anterior (1). De exemplu, dacă $b = 10$, primele 9 simboluri sunt cifrele noastre $1, 2, \dots, 9$, iar pentru puterile bazei $10, 100, 1000$ introducem simbolurile Z, S, M , atunci numărul 5625 se scrie în acest sistem sub forma $5M6S2Z5$. Sistemul de numerație vechi chino-japonez este de acest tip.

(3) În *sistemul de numerație cifric* se alege baza b și apoi se adoptă simboluri pentru $1, 2, \dots, b-1; b, 2b, \dots, (b-1)b; b^2, 2b^2, \dots, (b-1)b^2$ etc. Dacă în plus pentru simboluri se folosesc litere, avem de-a face cu un sistem de numerație cifric *alfabetic*. Este cazul vechiului sistem de numerație grecesc ionic, al celor evreu, syrian și arabic vechi.

(4) Sistemul nostru de numerație zecimală pozițională face parte din clasa *sistemelor de numerație pozițională* cu baza 10 . În acest caz se alege baza b și se adoptă simboluri pentru numerele $0, 1, 2, \dots, b-1$, numite în sistemul nostru *cifre*. Acum orice număr N se scrie în acest sistem sub forma unică

$$(*) N = a_n b^n + a_{n-1} b^{n-1} + \dots + a_1 b + a_0, \quad \text{unde } 0 \leq a_i < b, i = \overline{1, n}.$$

În scris, numărul N se reprezintă ca un șir finit de cifre

$$N = a_n a_{n-1} \dots a_1 a_0.$$

Se vede că un astfel de sistem de numerație este un sistem de grupare multiplicativă cu baza $b (= 10)$, îmbunătățit prin adăugarea simbolului „zero” care marchează lipsa unor puteri a bazei în expresia (*).

Vechiul sistem de numerație babilonian sexagesimal este de asemenea un astfel de sistem de numerație pozițional cu baza $b = 60$. El avea față de sistemul prezentat aici două abateri importante: i) baza având o valoare mare, numerele $1, 2, \dots, 59$ erau notate cu un primitiv sistem de grupare simplu (cazul (1)) cu baza 10 ; ii) lipsa inițială a simbolului „zero” și utilizarea ambiguă a unui astfel de simbol, care a făcut uneori dificilă citirea tabletelor de lut, când ele au fost descoperite în epoca modernă. De asemenea, sistemul de numerație al civilizației amerindiene maya este o variantă modificată a unui sistem de numerație pozițională cu baza $b = 20$ (pentru detalii, v. III, 8.2).

În afara celor menționate de noi aici, diverse alte popoare din antichitatea veche au avut modul propriu de notare a cifrelor și diferite variante ale sistemelor de numerație^{**)}.

^{*)} Urmăm aici pe EVES [58], pp. 8 – 22.

^{**)} V. Ifrah [94], I.